

Pas de titre

Alain Soyeur¹, Emmanuel Vieillard-Baron², and François Capaces³

¹Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

²Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

³, ,

22 septembre 2021

Exercice 0.1 ★ Pas de titre

Les nombres 119, 153 et 289 sont tous divisibles par 17. Montrer, sans le développer que le

déterminant $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 9 \\ 1 & 5 & 3 \\ 2 & 8 & 9 \end{vmatrix}$ est divisible par 17.

Solution : Notons Δ ce déterminant. On a : $1000\Delta = \begin{vmatrix} 100 & 10 & 9 \\ 100 & 50 & 3 \\ 200 & 80 & 9 \end{vmatrix} \xrightarrow{C_1 \rightarrow C_1 + C_2 + C_3}$

$\begin{vmatrix} 119 & 10 & 9 \\ 153 & 50 & 3 \\ 289 & 80 & 9 \end{vmatrix} = 17 \begin{vmatrix} a & 10 & 9 \\ b & 50 & 3 \\ c & 80 & 9 \end{vmatrix}$ où a , b et c désignent respectivement le quotient de 119, 153 et 289 par 17. On obtient $\Delta = 17m$ avec $m = \begin{vmatrix} a & 10 & 9 \\ b & 50 & 3 \\ c & 80 & 9 \end{vmatrix}$ qui est un entier. Comme 17 est premier avec 1000, appliquant le lemme de Gauss, 17 divise Δ .

Références