

# Pas de titre

Alain Soyeur<sup>1</sup>, Emmanuel Vieillard-Baron<sup>2</sup>, and François Capaces<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

<sup>2</sup>Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

<sup>3</sup>, ,

22 septembre 2021

## Exercice 0.1 ★ Pas de titre

En variant les techniques utilisées (Règle de Sarrus, développement suivant une ligne, une colonne, en faisant apparaître des zéros,...) Calculer les déterminants suivants :

$$1. \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 6 \\ 2 & 4 & 2 \end{vmatrix}$$

$$2. \begin{vmatrix} -3 & 2 & 9 \\ -1 & 0 & -1 \\ 11 & -5 & -12 \end{vmatrix}$$

$$3. \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 5 & 8 & 3 \\ 2 & -1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$4. \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 5 & -5 & 5 \\ 2 & 1 & 3 \end{vmatrix}$$

$$5. \begin{vmatrix} 3 & 4 & -2 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

$$6. \begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 \\ -1 & 3 & 4 \\ -1 & 1 & 8 \end{vmatrix}$$

### Solution :

1. On peut opérer sur les lignes :  $L_3 \leftarrow L_3 - 2L_1$  et  $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 6 \\ 2 & 4 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 \end{vmatrix} = 2.$

2. En développant par rapport à la deuxième ligne :

$$\begin{vmatrix} -3 & 2 & 9 \\ -1 & 0 & -1 \\ 11 & -5 & -12 \end{vmatrix} = -1 \times (-1) \times \begin{vmatrix} 2 & -9 \\ -5 & -12 \end{vmatrix} + (-1) \times (-1) \times \begin{vmatrix} -3 & 2 \\ 11 & -5 \end{vmatrix} = (-24 + 45) + (15 - 22) = 21 - 7 = 14.$$

3. La présence des trois 1 à la première ligne incite à soustraire la première colonne aux deux autres :

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 5 & 8 & 3 \\ 2 & -1 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 5 & 3 & -2 \\ 2 & -3 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ -3 & 0 \end{vmatrix} = -6.$$

4. En additionnant les colonnes :  $C_2 \leftarrow C_2 + C_1$

$$\begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 5 & -5 & 5 \\ 2 & 1 & 3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 5 \\ 2 & 3 & 3 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 5 & 5 & 0 \\ 2 & 3 & 3 \end{vmatrix} = -15.$$

5. Avec la règle de Sarrus, alors ?  $\begin{vmatrix} 3 & 4 & -2 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = 27 + 4 + 6 - 8 - 24 - 6 = -1.$

6.  $L_2 \leftarrow L_2 + L_1$  et  $L_3 \leftarrow L_3 + L_1$   $\begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 \\ -1 & 3 & 4 \\ -1 & 1 & 8 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 0 & 4 & 2 \\ 0 & 2 & 6 \end{vmatrix} = 24 - 4 = 20.$

## Références