

Pas de titre

Alain Soyeur¹, Emmanuel Vieillard-Baron², and François Capaces³

¹Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

²Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

³, ,

22 septembre 2021

Exercice 0.1 ★ Pas de titre

Calculer le rang des familles de vecteurs $v = (v_1, v_2, v_3)$ de \mathbb{R}^3 suivantes avec :

1. $v_1 = (1, 2, 0)$, $v_2 = (0, 1, 0)$, $v_3 = (1, 1, 1)$.
2. $v_1 = (1, 1, 0)$, $v_2 = (0, 1, 1)$, $v_3 = (1, 2, 1)$.
3. $v_1 = (1, 1, 1)$, $v_2 = (1, 2, 1)$, $v_3 = (1, -1, 1)$.

Solution :

1. On a très clairement une base de \mathbb{R}^3 . Le rang est 3.

2. v_1 et v_2 forment une famille libre. $v_3 = v_1 + v_2$. Le rang est 2.

3. Le rang de la famille v est le rang de la matrice $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$. En opérant sur les lignes, on

obtient :

$$\begin{array}{l} L_2 \leftarrow L_2 - L_1 \\ L_3 \leftarrow L_3 - L_1 \end{array} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \text{ Le rang est donc 2.}$$

Références