# Pas de titre

Alain Soyeur[1], Emmanuel Vieillard-Baron[2], and François Capaces[3]

[1]Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse
[2]Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg
[3], ,

22 septembre 2021

**Exercice 0.1** ★ **Pas de titre**

*Déterminer le rang des matrices suivantes :*

1. $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$
2. $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 2 \\ 2 & -1 & 1 & -1 \\ 3 & 2 & 0 & 1 \\ 4 & 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$
3. $C = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 0 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$

***Solution :***

1.

$$\operatorname{rg}\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \xlongequal{C_1 \leftrightarrow C_3} \operatorname{rg}\begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \xlongequal{L_3 \leftarrow L_3 - L_2} \operatorname{rg}\begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix} = \boxed{3}$$

2.

$$\operatorname{rg}\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 2 \\ 2 & -1 & 1 & -1 \\ 3 & 2 & 0 & 1 \\ 4 & 3 & -1 & 1 \end{pmatrix} \xlongequal{C_1 \leftrightarrow C_3} \operatorname{rg}\begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & 3 & 1 \\ -1 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix} \xlongequal{L_1 \leftrightarrow L_2} \operatorname{rg}\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 3 & 1 \\ -1 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix} \xlongequal{L_4 \leftarrow L_4 +}$$

$$\operatorname{rg}\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 6 & 0 \end{pmatrix} \xlongequal{L_4 \leftarrow L_4/2} \operatorname{rg}\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & 0 \end{pmatrix} \xlongequal[]{\substack{L_3 \to L_3 + 2L_2 \\ L_4 \to L_4 + L_2}} \operatorname{rg}\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & 5 & 2 \end{pmatrix} \xlongequal{L_4 \leftarrow L_4 -}$$

$$\operatorname{rg}\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{11}{3} \end{pmatrix} =$$

*3.*

$$\operatorname{rg}\begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 0 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \xlongequal{C_1 \leftrightarrow C_4} \operatorname{rg}\begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 1 & -1 & 2 \\ -1 & 3 & 1 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & -1 & 3 & 1 \end{pmatrix} \xlongequal{L_1 \leftrightarrow L_3} \operatorname{rg}\begin{pmatrix} -1 & 3 & 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & -1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\xlongequal{L_4 \leftarrow L_4 + 2L_1} \operatorname{rg}\begin{pmatrix} -1 & 3 & 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 6 & 3 & 3 & 3 & 3 \end{pmatrix} \xlongequal{L_4 \leftarrow L_4/3} \operatorname{rg}\begin{pmatrix} -1 & 3 & 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\xlongequal[L_4 \leftarrow L_4 - L_2]{L_3 \leftarrow L_3 - L_2} \operatorname{rg}\begin{pmatrix} -1 & 3 & 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & -1 \end{pmatrix} = \operatorname{rg}\begin{pmatrix} -1 & 3 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & -1 \end{pmatrix} =$$

*On a supprimé la troisième colonne, combinaison linéaire des deux premières.*

## Références