

Pas de titre

Emmanuel Vieillard-Baron¹, Alain Soyeur², and François Capaces³

¹Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Paris

²Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

³, ,

7 avril 2023

Exercice 0.1 ★ Pas de titre

Soit deux matrices $A, B \in \mathfrak{M}_n(\mathbb{K})$. On suppose que

$$\forall X \in \mathfrak{M}_n(\mathbb{K}) \quad \text{Tr}(AX) = \text{Tr}(BX)$$

Montrer que $A = B$.

Solution : Si $A = ((a_{i,j}))$ et $X = ((x_{i,j}))$, on calcule

$$\text{Tr}(AX) = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n a_{i,k} x_{k,i}$$

En prenant $X = E_{pq}$, on a $x_{k,i} = \delta_{k,p} \delta_{i,q}$, $\text{Tr}(AX) = a_{q,p}$, donc $\forall q, p \in \llbracket 1, n \rrbracket$, $a_{q,p} = b_{q,p}$ et par suite $A = B$.

Références