

Pas de titre

Alain Soyeur¹, Emmanuel Vieillard-Baron², and François Capaces³

¹Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

²Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

³, ,

22 septembre 2021

Exercice 0.1 ★★ Pas de titre

Soit $A \in \mathfrak{M}_{n,p}(\mathbb{R})$ telle que

$$\forall (X, Y) \in \mathfrak{M}_{n,1}(\mathbb{R}) \times \mathfrak{M}_{p,1}(\mathbb{R}) \quad X^T A Y = 0.$$

1. Montrer que $A = 0$.
2. Trouver une matrice 2×2 non-nulle telle que

$$\forall X \in \mathfrak{M}_{2,1}(\mathbb{R}) \quad {}^t X A X = 0.$$

Solution :

1. Soit f_j la j -ème matrice de la base naturelle de $\mathfrak{M}_{p,1}(\mathbb{R})$ et e_i la i -ème matrice de la base naturelle de $\mathfrak{M}_{n,1}(\mathbb{R})$. On a $e_i^T A f_j = a_{i,j}$ d'où le résultat.

2. $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$.

Références