Pas de titre

Alain Soyeur[1], Emmanuel Vieillard-Baron[2], and François Capaces[3]

[1]Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse
[2]Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg
[3], ,

22 septembre 2021

Exercice 0.1 ★ ***Pas de titre***

Soient

$$P_1 = 2X^2 - X - 1, \quad P_2 = X^2 + 2X, \quad P_3 = X^2 - 1$$

Montrer que la famille $\mathscr{P} = (P_1, P_2, P_3)$ *est une base de* $\mathbb{R}_2[X]$.

Solution : *Soient* $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \in \mathbb{R}$ *tels que* $\alpha_1 P_1 + \alpha_2 P_2 + \alpha_3 P_3 = 0$ *alors avec* $X = 1$, *on obtient que* $2\alpha_2 = 0$, *c'est-à-dire* $\alpha_2 = 0$. *On a donc* $\alpha_1 P_1 + \alpha_3 P_3 = 0$. *Mais ces deux polynômes ne sont pas proportionnels donc* $\alpha_1 = \alpha_3 = 0$. *La famille* $\mathscr{P}$ *est donc libre. Comme* $\operatorname{Card}(\mathscr{P}) = 3 = \dim \mathbb{R}_2[X]$, *c'est une base de* $\mathbb{R}_2[X]$.

Références