# Pas de titre

Alain Soyeur[1], Emmanuel Vieillard-Baron[2], and François Capaces[3]

[1]Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse
[2]Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg
[3], ,

22 septembre 2021

***Exercice 0.1*** ★★★ ***Pas de titre***

*Suite de l'exercice* **??** *p.* **??**.

*Soit un anneau* $(A, +, \times)$. *On dit qu'il est régulier lorsque*

$$\forall u \in A,\ \exists x \in A\ : u = uxu.$$

*Montrer que si* $E$ *est un* $\mathbb{K}$*-ev de dimension finie, l'anneau* $L(E)$ *est régulier.*

***Solution :*** *On choisit une base de* $E$ : $(e_1, \ldots, e_n)$. *Les* $u(e_k)$ *appartiennent à l'image de* $u$. *On considère une base* $(f_1, \ldots, f_r)$ *de* $\operatorname{Im} f$ *que l'on complète avec* $f_{r+1}, \ldots, f_n)$ *de* $E$. *On a* $f_k = u(x_k)$ *pour* $1 \leqslant k \leqslant r$. *On pose* $x(f_k) = x_k$ *pour* $1 \leqslant k \leqslant r$ *et* $x(f_k) = 0$ *par exemple pour* $k > r$. *On a alors* $u(x(f_k)) = u(x_k) = f_k$ *pour* $1 \leqslant k \leqslant r$. *Donc pour tout* $v \in \operatorname{Im} f$, $u(x(v)) = v$. *A fortiori pour* $v = u(e_k), 1 \leqslant k \leqslant n$ *et donc* $uxu = u$.

## Références