

Pas de titre

Alain Soyeur¹, Emmanuel Vieillard-Baron², and François Capaces³

¹Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

²Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

³, ,

22 septembre 2021

Exercice 0.1 ★★ Pas de titre

Soit un \mathbb{K} -espace vectoriel E de dimension finie n . On considère l'ensemble $A = \{(u, v) \in L(E)^2 \mid u \circ v = 0\}$. Déterminer $\sup\{\operatorname{rg} u + \operatorname{rg} v \mid (u, v) \in A\}$.

Solution : L'égalité $u \circ v = 0$ amène $\operatorname{Im} v \subset \operatorname{Ker} u$ et donc d'après la formule du rang $\operatorname{rg} u + \operatorname{rg} v \leq \operatorname{rg} u + \dim \operatorname{Ker} u = n$. Pour $u = \operatorname{id}$ et $v = 0$, il y a égalité. Donc $\sup\{\operatorname{rg} u + \operatorname{rg} v \mid (u, v) \in A\} = n$

Références