

Pas de titre

Alain Soyeur¹, Emmanuel Vieillard-Baron², and François Capaces³

¹Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

²Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

³, ,

22 septembre 2021

Exercice 0.1 ★ Pas de titre

Dans le \mathbb{R} -espace vectoriel $\mathcal{F}([0, 1[, \mathbb{R})$, on considère :

$$f_1 : x \mapsto \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} \quad f_2 : x \mapsto \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$$

$$f_3 : x \mapsto \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \quad f_4 : x \mapsto \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$$

Quel est le rang de la famille (f_1, f_2, f_3, f_4) ?

Solution : Pour tout $x \in [0, 1[$, $f_1(x) = \frac{1+x}{\sqrt{1-x^2}} = f_3(x) + f_4(x)$ et $f_2(x) = \frac{1-x}{\sqrt{1-x^2}} = f_3(x) - f_4(x)$ donc $\text{rg}(f_1, f_2, f_3, f_4) = \text{rg}(f_3, f_4) = 2$ car cette dernière famille est libre

Références