

Pas de titre

Emmanuel Vieillard-Baron¹, Alain Soyeur², and François Capaces³

¹Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

²Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

³, ,

3 juin 2023

Exercice 0.1 ★ Pas de titre

Déterminer le rang des familles (v_1, v_2, v_3, v_4) de vecteurs de \mathbb{R}^4 donnés par :

1. $v_1 = (1, 1, 0, 0)$, $v_2 = (1, 0, 1, 0)$, $v_3 = (1, 0, 0, 1)$, $v_4 = (0, 0, 1, 1)$.
2. $v_1 = (1, 1, 0, 0)$, $v_2 = (1, 0, 1, 0)$, $v_3 = (1, 0, 0, 1)$, $v_4 = (1, 1, 1, -1)$.

Solution :

1. La famille est libre donc son rang est 4.
2. Comme $v_4 = v_1 + v_2 - v_3$, d'après le lemme de réduction d'une famille liée, $\dim \text{Vect}(v_1, v_2, v_3, v_4) = \dim \text{Vect}(v_1, v_2, v_3)$. La famille (v_1, v_2, v_3) est une sous-famille de celle étudiée dans la première question et qui était libre. Elle est donc libre. On en déduit que le rang de la famille est 3.

Références