

Pas de titre

Emmanuel Vieillard-Baron¹, Alain Soyeur², and François Capaces³

¹Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

²Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

³, ,

2 janvier 2022

Exercice 0.1 ★ Pas de titre

Soit un \mathbb{K} -espace vectoriel E de dimension finie n . Soient F et G deux sous-espaces vectoriels de E vérifiant $\dim F + \dim G > n$. Montrer que $F \cap G \neq \{0_E\}$.

Solution : Utilisons la dimension d'une somme de sous-espaces vectoriels :

$$\dim(F + G) = \dim F + \dim G - \dim(F \cap G)$$

On obtient que $\dim(F \cap G) = \dim F + \dim G - \dim(F + G) > n - \dim(F + G)$. Mais comme $F + G$ est un sous-espace vectoriel de E , $\dim(F + G) \leq n$ et donc $\dim(F \cap G) > 0$. On obtient finalement que $F \cap G \neq \{0\}$.

Références