Pas de titre

Emmanuel Vieillard-Baron[1], Alain Soyeur[2], and François Capaces[3]

[1]Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Paris
[2]Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse
[3], ,

7 avril 2023

Exercice 0.1 ★ ***Pas de titre***

Soit un $\mathbb{K}$*-espace vectoriel* E *de dimension finie* n*. Soient* F *et* G *deux sous-espaces vectoriels de* E *vérifiant* $\dim F + \dim G > n$*. Montrer que* $F \cap G \neq \{0_E\}$*.*

Solution : *Utilisons la dimension d'une somme de sous-espaces vectoriels :*

$$\dim(F+G) = \dim F + \dim G - \dim(F \cap G)$$

On obtient que $\dim(F \cap G) = \dim F + \dim G - \dim(F+G) > n - \dim(F+G)$*. Mais comme* $F+G$ *est un sous-espace vectoriel de* E*,* $\dim(F+G) \leqslant n$ *et donc* $\dim(F \cap G) > 0$*. On obtient finalement que* $F \cap G \neq \{0\}$*.*

Références