

Pas de titre

Emmanuel Vieillard-Baron¹, Alain Soyeur², and François Capaces³

¹Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Paris

²Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

³, ,

7 avril 2023

Exercice 0.1 ★ Pas de titre

On considère le $\mathbb{R}$ -espace vectoriel $E = \mathbb{R}^3$ et $u = (1, 1, 1) \in \mathbb{R}^3$; Posons :

$$F = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y - z = 0\} \quad \text{et} \quad G = \text{Vect}(u)$$

Prouver que F et G sont des sous-espaces supplémentaires de E .

Solution : On a $F = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y + z = 0\} = \{(x, y, x + y) \mid x, y \in \mathbb{R}\} = \text{Vect}(v, w)$ avec $v = (1, 0, 1)$ et $w = (0, 1, 1)$. On vérifie facilement que la famille (u, v, w) forme une base de $\mathbb{R}^3$ donc $F \oplus G = \mathbb{R}^3$.

Références