

Pas de titre

Alain Soyeur¹, Emmanuel Vieillard-Baron², and François Capaces³

¹Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

²Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

³, ,

22 septembre 2021

Exercice 0.1 ★★ Pas de titre

Soit D une droite vectorielle et H un hyperplan d'un \mathbb{K} -espace vectoriel E de dimension $n \in \mathbb{N}^*$. Montrer que si $D \not\subset H$ alors D et H sont supplémentaires dans E .

Solution : Le sous-espace vectoriel $D + H$ contient H et D et est contenu dans E donc $\dim(D + H) = n$ ou $\dim(D + H) = n - 1$. Si $\dim(D + H) = n - 1$ alors comme $\dim H = \dim(D + H)$, il vient que $D + H = H$ et donc que $D \subset (D + H) = H$ ce qui contredit l'hypothèse formulée au sujet de D . Donc $\dim(D + H) = n$, ce qui prouve que $D + H = E$. De plus $\dim(D \cap H) = \dim(D + H) - \dim H - \dim D = 0$, donc $D \cap H = \{0\}$ d'où le résultat.

Références