# Pas de titre

Alain Soyeur[1], Emmanuel Vieillard-Baron[2], and François Capaces[3]

[1]Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse
[2]Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg
[3], ,

22 septembre 2021

***Exercice 0.1*** ★★ ***Pas de titre***

*Soit $E$ un $\mathbb{K}$-espace vectoriel de dimension finie et $H$ un hyperplan de $E$. Montrer qu'il existe une forme linéaire $\varphi$ tel que $H = \operatorname{Ker}\varphi$.*

***Solution :*** *Comme $H$ est un hyperplan et que $E$ est de dimension finie, $H$ admet un supplémentaire $D$ dans $E$ et $\dim D = 1$. Soit $v$ un vecteur formant une base de $D$. Tout vecteur $x \in E$ se décompose de manière unique sous la forme $x = x_0 + \alpha v$ où $x_0 \in H$ et $\alpha \in R$. On considère alors la forme linéaire donnée par $\varphi(x) = 0$ si $x \in H$ et $\varphi(v) = 1$. L'application $\varphi$ est bien définie sur $E$ et vérifie par construction $\operatorname{Ker}\varphi = H$.*

## Références