

Pas de titre

Emmanuel Vieillard-Baron¹, Alain Soyeur², and François Capaces³

¹Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

²Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

³, ,

13 mai 2023

Exercice 0.1 ★ Pas de titre

Montrer que $F = \{f \in \mathcal{C}^2(\mathbb{R}) \mid f'' - 2f' + 2f = 0\}$ est un sous-espace vectoriel de $\mathcal{C}^2(\mathbb{R})$ et en déterminer une base. En déduire la dimension de F .

Solution : En appliquant le théorème de résolution des équations différentielles du second ordre à coefficients constants, on trouve que $F = \{x \mapsto (\alpha \cos x + \beta \sin x) e^{-x} \mid \alpha, \beta \in \mathbb{R}\}$. Autrement dit : $F = \text{Vect}(f_1, f_2)$ où $f_1 : x \mapsto \cos x e^{-x}$ et $f_2 : x \mapsto \sin x e^{-x}$. La famille (f_1, f_2) engendre F . On vérifie facilement qu'elle est libre. Elle forme donc une base de F et $\dim F = 2$.

Références