Pas de titre

Emmanuel Vieillard-Baron[1], Alain Soyeur[2], and François Capaces[3]

[1]Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg
[2]Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse
[3], ,

24 janvier 2022

Exercice 0.1 ★ ***Pas de titre***

Montrer que $F = \left\{f \in \mathcal{C}^2(\mathbb{R}) \mid f'' - 2f' + 2f = 0\right\}$ *est un sous-espace vectoriel de* $\mathcal{C}^2(\mathbb{R})$ *et en déterminer une base. En déduire la dimension de* F.

Solution : *En appliquant le théorème de résolution des équations différentielles du second ordre à coefficients constants, on trouve que* $F = \{x \mapsto (\alpha \cos x + \beta \sin x)\, e^{-x} \mid \alpha, \beta \in \mathbb{R}\}$. *Autrement dit :* $F = Vect(f_1, f_2)$ *où* $f_1 : x \mapsto \cos x e^{-x}$ *et* $f_2 : x \mapsto \sin x e^{-x}$. *La famille* (f_1, f_2) *engendre* F. *On vérifie facilement qu'elle est libre. Elle forme donc une base de* F *et* $\dim F = 2$.

Références