Pas de titre

Emmanuel Vieillard-Baron¹, Alain Soyeur², and François Capaces³

¹Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

²Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

³, ,

23 mars 2024

Exercice 0.1 ★ Pas de titre

Soit $F = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid 2x - y + z - t = 0\}$

1. Montrer que F est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^4$.
2. Trouver une famille génératrice de F .
3. En déduire une base de F puis la dimension de F .

Solution :

1. On a : $F = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \mid 2x - y + z - t = 0\} = \{(x, y, z, 2x - y + z) \mid x, y, z \in \mathbb{R}\} = \{x(1, 0, 0, 2) + y(0, 1, 0, -1) + z(0, 0, 1, 1) \mid x, y, z \in \mathbb{R}\} = \text{Vect}(e_1, e_2, e_3)$ où $e_1 = (1, 0, 0, 2)$, $e_2 = (0, 1, 0, -1)$ et $e_3 = (0, 0, 1, 1)$. On en déduit à la fois que F est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^4$ ainsi qu'une famille génératrice de F .
2. On vérifie facilement que la famille (e_1, e_2, e_3) est libre. On en déduit que cette famille forme une base de F et donc que $\dim F = 3$.

Références