

Pas de titre

Emmanuel Vieillard-Baron¹, Alain Soyeur², and François Capaces³

¹Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

²Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

³, ,

20 avril 2024

Exercice 0.1 ★ Pas de titre

Montrer que le sous-ensemble

$$F = \{(\alpha + \beta, \beta, 2\alpha - \beta, -\alpha) \mid \alpha, \beta \in \mathbb{R}\}$$

est un sous-espace vectoriel de \mathbb{R}^4 dont on déterminera la dimension et une base.

Solution : Comme $F = \{(\alpha + \beta, \beta, 2\alpha - \beta, -\alpha) \mid \alpha \in \mathbb{R}, \beta \in \mathbb{R}\} = \{\alpha(1, 0, 2, -1) + \beta(1, 1, -1, 0) \mid \alpha, \beta \in \mathbb{R}\} = \text{Vect}(e_1, e_2)$ où $e_1 = (1, 0, 2, -1)$ et $e_2 = (1, 1, -1, 0)$. On en déduit que F est un sous-espace vectoriel de \mathbb{R}^4 . De plus, les vecteurs e_1 et e_2 ne sont pas colinéaires et ils engendrent F . Ils forment donc une base de F et $\dim F = 2$.

Références