Pas de titre

Alain Soyeur[1], Emmanuel Vieillard-Baron[2], and François Capaces[3]

[1]Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse
[2]Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg
[3], ,

22 septembre 2021

Exercice 0.1 ★ ***Pas de titre***

Soit $F = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x - y + z = 0 \quad \text{et} \quad -x - y + z = 0\right\}$.

1. *Montrer que* F *est un sous-espace vectoriel de* $\mathbb{R}^3$.
2. *Trouver une base de* F. *En déduire* $\dim F$.

Solution : *On a :* $\begin{cases} x - y + z = 0 \\ -x - y + z = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} x - y + z = 0 \\ -y + z = 0 \end{cases}$ *donc* $F = \left\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x - y + z = 0 \quad \text{et} \quad -x - y + z = 0\right\} = \{(0,y,y) \mid y \in \mathbb{R}\} = Vect\,(0,1,1)$. F *est donc un sous-espace vectoriel de* $\mathbb{R}^3$ *et la famille constituée du vecteur* $(0,1,1)$ *en forme une base. On en déduit que* $\dim F = 1$. *Le sous-espace* F *est la droite vectorielle de* $\mathbb{R}^3$ *dirigée par* $(0,1,1)$.

Références