Pas de titre

Alain Soyeur[1], Emmanuel Vieillard-Baron[2], and François Capaces[3]

[1]Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse
[2]Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg
[3], ,

22 septembre 2021

Exercice 0.1 ★ ***Pas de titre***

Soient (x_1, x_2, x_3) *les coordonnées d'un vecteur* u *dans la base canonique de* $\mathbb{R}^3$*. Exprimer les coordonnées* (y_1, y_2, y_3) *de ce même vecteur dans la base de* $\mathbb{R}^3$ *formée des vecteurs :*

$$\varepsilon_1 = (1,1,0)\,, \quad \varepsilon_2 = (1,0,1)\,, \quad \varepsilon_3 = (0,1,1)\,.$$

Solution : *On vérifie facilement que la famille* $(\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3)$ *est une base de* $\mathbb{R}^3$*. Il existe donc des scalaires* y_1, y_2, y_3 *tels que :* $u = (x_1, x_2, x_3) = y_1\varepsilon_1 + y_2\varepsilon_2 + y_3\varepsilon_3$*. En remplaçant les vecteurs* ε_i *par leurs expressions, on obtient le système :* $\begin{cases} y_1 + y_2 & = x_1 \\ y_1 \quad + y_3 & = x_2 \\ \quad y_2 + y_3 & = x_3 \end{cases}$ *qui amène :*
$y1 = \dfrac{x_2 - x_3 + x_1}{2}, y2 = \dfrac{-x_2 + x_3 + x_1}{2}, y_3 = \dfrac{x2 + x3 - x1}{2}$

Références