

Pas de titre

Emmanuel Vieillard-Baron¹, Alain Soyeur², and François Capaces³

¹Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

²Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

³, ,

20 avril 2024

Exercice 0.1 ★ Pas de titre

Posons $e_1 = (1, 1, 1)$, $e_2 = (1, 1, 0)$, $e_3 = (0, 1, 1)$. Montrer que $e = (e_1, e_2, e_3)$ est une base de \mathbb{R}^3 .

Solution : Soient $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \in \mathbb{R}$ tels que $\alpha_1 e_1 + \alpha_2 e_2 + \alpha_3 e_3 = 0$. Alors $(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ est solution du système
$$\begin{cases} \alpha_1 + \alpha_2 & = 0 \\ \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 & = 0 \\ \alpha_1 & + \alpha_3 = 0 \end{cases}$$
 et on trouve $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$. La famille est donc libre. Comme $\dim \mathbb{R}^3 = \#e$, la famille e est une base de \mathbb{R}^3 .

Références