Pas de titre

Emmanuel Vieillard-Baron 1, Alain Soyeur 2, and François Capaces 3 $\,$

¹Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg ²Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

18 avril 2024

Exercice $0.1 \longrightarrow \bigstar$ Pas de titre

Vérifier si les vecteurs suivants forment une famille génératrice de \mathbb{R}^3 :

$$u_1 = (0,1,1), \quad u_2 = (1,-1,0), \quad u_3 = (1,0,2) \quad \text{et} \quad u_4 = (1,-1,2)$$

Solution: La famille (u_1, u_2, u_3) est libre. En effet, si $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \in \mathbb{R}$ sont tels que $\alpha_1 u_1 + \alpha_2 u_2 + \alpha_3 u_3 = 0$ alors on a : $\begin{cases} \alpha_2 & +\alpha_3 = 0 \\ \alpha_1 - \alpha_2 & = 0 \\ \alpha_1 & +2\alpha_3 = 0 \end{cases}$ ce qui amène $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$. Comme dim $\mathbb{R}^3 = 3$, cette famille engendre \mathbb{R}^3 et il en est donc de même de la famille (u_1, u_2, u_3, u_4)

Références