

Pas de titre

Emmanuel Vieillard-Baron¹, Alain Soyeur², and François Capaces³

¹Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

²Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

³, ,

2 janvier 2022

Exercice 0.1 ★ Pas de titre

Vérifier si les vecteurs suivants forment une famille génératrice de \mathbb{R}^3 :

$$u_1 = (0, 1, 1), \quad u_2 = (1, -1, 0), \quad u_3 = (1, 0, 2) \quad \text{et} \quad u_4 = (1, -1, 2)$$

Solution : La famille (u_1, u_2, u_3) est libre. En effet, si $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \in \mathbb{R}$ sont tels que $\alpha_1 u_1 + \alpha_2 u_2 + \alpha_3 u_3 = 0$ alors on a :

$$\begin{cases} \alpha_2 + \alpha_3 = 0 \\ \alpha_1 - \alpha_2 = 0 \\ \alpha_1 + 2\alpha_3 = 0 \end{cases} \quad \text{ce qui amène } \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0. \text{ Comme}$$

$\dim \mathbb{R}^3 = 3$, cette famille engendre \mathbb{R}^3 et il en est donc de même de la famille (u_1, u_2, u_3, u_4)

Références