

# Pas de titre

Alain Soyeur<sup>1</sup>, Emmanuel Vieillard-Baron<sup>2</sup>, and François Capaces<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

<sup>2</sup>Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

<sup>3</sup>, ,

22 septembre 2021

## Exercice 0.1 ★★ Pas de titre

Soit  $f_k(t) = e^{kt}$ . Montrer que  $\{f_1, \dots, f_n\}$  est une famille libre dans  $\mathcal{F}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$ .

**Solution :** Soit  $(\lambda_1, \dots, \lambda_n) \in \mathbb{R}^n$  tels que

$$\forall x \in \mathbb{R}, \quad \lambda_1 e^x + \dots + \lambda_n e^{nx} = 0.$$

Alors

$$\forall x \in \mathbb{R}, \quad \lambda_1 + \dots + \lambda_n e^{(n-1)x} = 0 \xrightarrow{x \rightarrow -\infty} 0$$

et  $\lambda_1 = 0$ . On recommence avec

$$\forall x \in \mathbb{R}, \quad \lambda_2 e^x + \dots + \lambda_{n-1} e^{(n-1)x} = 0$$

ce qui donne  $\lambda_2 = 0$  et ainsi de suite, on montre que tous les coefficients de la combinaison linéaire sont nuls. La famille est donc libre.

## Références