Pas de titre

Alain Soyeur[1], Emmanuel Vieillard-Baron[2], and François Capaces[3]

[1]Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse
[2]Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg
[3], ,

22 septembre 2021

Exercice 0.1 ★ ***Pas de titre***

Soient $r,\ \omega \in \mathbb{R}$ *tels que* $\omega \neq 0$. *Dans le* $\mathbb{R}$*-espace vectoriel* $E = \mathscr{F}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$, *on considère les deux vecteurs* f_1 *et* f_2 *définis par :*

$$\forall x \in \mathbb{R}, \quad f_1(x) = e^{rx} \sin \omega x \quad \text{et} \quad f_2(x) = e^{rx} \cos \omega x.$$

Démontrer que la famille (f_1, f_2) *est libre.*

Solution : *Soient* $\mu_1, \mu_2 \in \mathbb{R}$ *tels que :* $\mu_1 f_1 + \mu_2 f_2 = 0$. *Cette égalité s'écrit aussi :* $\forall x \in \mathbb{R}, \quad \mu_1 e^{rx} \cos \omega x + \mu_2 e^{rx} \sin \omega x = 0$. *Pour* $x = 0$, *on obtient :* $\mu_1 = 0$ *et pour* $x = \frac{\pi}{2\omega}$, *on a :* $\mu_2 = 0$. *Le couple* (μ_1, μ_2) *est donc nul et la famille* (f_1, f_2) *est bien libre.*

Références