

Pas de titre

Alain Soyeur¹, Emmanuel Vieillard-Baron², and François Capaces³

¹Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

²Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

³, ,

22 septembre 2021

Exercice 0.1 ★ Pas de titre

Prouver que la famille (\sin, \cos) est libre dans le \mathbb{R} -espace vectoriel $\mathcal{F}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$.

Solution : Soient $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ tels que $\alpha \sin x + \beta \cos x = 0$. On a donc : $\forall x \in \mathbb{R}, \alpha \sin x + \beta \cos x = 0$. En particulier, si $x = 0$, on obtient : $\beta = 0$ et si $x = \frac{\pi}{2}$, on obtient $\alpha = 0$. Il vient alors que $\alpha = \beta = 0$. La famille (\sin, \cos) est donc libre et elle engendre un sous-espace vectoriel de dimension 2 dans $\mathcal{F}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$, c'est-à-dire un plan vectoriel.

Références