Pas de titre

Alain Soyeur[1], Emmanuel Vieillard-Baron[2], and François Capaces[3]

[1]Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse
[2]Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg
[3], ,

22 septembre 2021

Exercice 0.1 ★★ ***Pas de titre***

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé, on considère le point $\Omega\left|\begin{matrix}1\\2\end{matrix}\right.$. *Parmi toutes les droites passant par* Ω, *déterminer celles qui sont à distance* 1 *du point* $A\left|\begin{matrix}-1\\4\end{matrix}\right.$.

Solution : *On peut décrire toutes les droites passant par* Ω *(sauf la droite verticale) à l'aide d'un seul paramètre, la pente* m. *L'équation cartésienne d'une telle droite* $\mathcal{D}_m$ *est donc* $(y-2) = m(x-1)$, *c'est-à-dire* $\boxed{\mathcal{D}_m \ : mx - y + (2-m) = 0}$. *La distance du point* A *à la droite* $\mathcal{D}_m$ *est alors donnée par la formule :*

$$d(A, \mathcal{D}_m) = \frac{|-m-4+2-m|}{\sqrt{m^2+1}} = \frac{2|m+1|}{\sqrt{m^2+1}}$$

Cette distance vaut 1 *si et seulement si* $4(m+1)^2 = m^2+1$, *c'est-à-dire* $3m^2+8m+3=0$, *et on trouve les deux pentes solutions,* $m_1 = \dfrac{-4+\sqrt{7}}{3}$ *et* $m_2 = \dfrac{-4-\sqrt{7}}{3}$. *On vérifie ensuite que la droite verticale passant par* Ω *ne convient pas en écrivant son équation cartésienne* $x=1$ *et en calculant la distance de* A *à cette droite qui vaut* 2.

Références