Pas de titre

Emmanuel Vieillard-Baron[1], Alain Soyeur[2], and François Capaces[3]

[1]Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg
[2]Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse
[3], ,

29 janvier 2022

Exercice 0.1 ★ ***Pas de titre***

Dans l'espace $\mathbb{R}^3$*, déterminer l'expression analytique de la symétrie par rapport au sous-espace* E_1 *parallèlement au sous-espace* E_2 *où :*

$$E_1 = \mathrm{Vect}\big((1,0,0),(1,1,1)\big) \text{ et } E_2 = \mathrm{Vect}(1,2,0)$$

Solution : *Soit* s *cette symétrie et soient* $u = (1,0,0), v = (1,1,1)$ *et* $w = (1,2,0)$*. Soient* $e_1 = (1,0,0), e_2 = (0,1,0)$ *et* $e_3 = (0,0,1)$ *les vecteurs de la base naturelle de* $\mathbb{R}^3$*.*

On a $s(u) = u$ *et* $s(v) = v$*.* $s(w) = -w$*. On a* $e_1 = u, e_2 = \frac{1}{2}(w-u)$ *et* $e_3 = v - \frac{1}{2}(w+u)$*.*

On en déduit $s(e_1) = e_1 = (1,0,0), s(e_2) = -\frac{1}{2}(w+u) = (-1,-1,0)$ *et* $s(e_3) = v + \frac{1}{2}(w-u) = (1,2,1)$*. Finalement,* $s(x,y,z) = (x-y+z, -y+2z, z)$ *et l'expression analytique de* s *s'écrit :*

$$\begin{cases} x' = x+y+z \\ y' = y+2z \\ z' = z \end{cases}.$$

Références