

Pas de titre

Emmanuel Vieillard-Baron¹, Alain Soyeur², and François Capaces³

¹Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

²Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

³, ,

2 janvier 2022

Exercice 0.1 ★ Pas de titre

Dans le plan rapporté à un repère orthonormal, on considère les points $A \begin{vmatrix} 1 \\ -2 \end{vmatrix}$ et $B \begin{vmatrix} -2 \\ 3 \end{vmatrix}$.

1. Écrire une équation cartésienne de la droite (AB) .
2. Déterminer la distance du point $C \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \end{vmatrix}$ à la droite (AB) .
3. Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal H de C sur (AB) .
4. Retrouver la distance du point C à la droite (AB) en utilisant la question précédente.

Solution :

1. Soit $M \begin{vmatrix} x \\ y \end{vmatrix}$ un point du plan. Il appartient à la droite (AB) si et seulement si $\det(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AB}) =$

0, ce qui donne une équation cartésienne de la droite (AB) : $(AB) : 5x + 3y + 1 = 0$.

2. Avec la formule du cours, $d(C, (AB)) = \frac{|5 + 3 + 1|}{\sqrt{5^2 + 3^2}} = \frac{9}{\sqrt{34}}$.

3. Comme $\vec{n} = (5, 3)$ est normal à (AB) , il dirige (CH) et une équation paramétrique de (CH) est $(CH) : \begin{cases} x = 1 + 5t \\ y = 1 + 3t \end{cases}$. Les coordonnées de H sont solutions du système :

$$\begin{cases} x & = 1 + 5t \\ y & = 1 + 3t \\ 5x + 3y + 1 & = 0 \end{cases}$$

On trouve $t = -9/34$, $x = -11/34$ et $y = 7/34$. Donc $H(-11/34, 7/34)$.

4. Il suffit de calculer la norme de $\overrightarrow{CH} = (45/34, 27/34)$, on trouve $\|\overrightarrow{CH}\| = \sqrt{81/34} = 9/\sqrt{34}$.

Références