

Pas de titre

Alain Soyeur¹, Emmanuel Vieillard-Baron², and François Capaces³

¹Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

²Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

³, ,

22 septembre 2021

Exercice 0.1 ★ Pas de titre

Soit E un \mathbb{K} -espace vectoriel et $f \in L(E)$ vérifiant $(f - \text{id}) \circ (f + 2 \text{id}) = 0$. Montrer que f est inversible.

Solution : Comme $(f - \text{id}) \circ (f + 2 \text{id}) = 0$ et que f est linéaire, il vient que $f^2 + f - 2 \text{id} = 0$ ce qui s'écrit aussi $f \circ \left(\frac{\text{id} + f}{2}\right) = \text{id}$ ou encore $\left(\frac{\text{id} + f}{2}\right) \circ f = \text{id}$. Donc f est inversible d'inverse

$$f^{-1} = \frac{\text{id} + f}{2}.$$

Références