

Pas de titre

Alain Soyeur¹, Emmanuel Vieillard-Baron², and François Capaces³

¹Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

²Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

³, ,

22 septembre 2021

Exercice 0.1 ★ Pas de titre

Soient un \mathbb{K} -espace vectoriel E et deux endomorphismes $u, v \in L(E)$.

1. Développer $(u + v)^2$.
2. Développer $(\text{id} - u) \circ (\text{id} + u)$.
3. Si $u^2 = 0$, montrer que $(\text{id} - u)$ est bijective.

Solution :

1. On utilise la linéarité de u et v et on trouve : $(u + v)^2 = u^2 + u \circ v + v \circ u + v^2$. Attention, en général, $u \circ v \neq v \circ u$.
2. De même $(\text{id} - u) \circ (\text{id} + u) = \text{id} - u^2$
3. Si $u^2 = 0$, alors $(\text{id} - u) \circ (\text{id} + u) = (\text{id} + u) \circ (\text{id} - u) = \text{id}$ et $(\text{id} - u)$ est bijective d'inverse $\text{id} + u$.

Références