

Pas de titre

Alain Soyeur¹, Emmanuel Vieillard-Baron², and François Capaces³

¹Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

²Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

³, ,

22 septembre 2021

Exercice 0.1 ★★ Pas de titre

Soit E un $\mathbb{R}$ -espace vectoriel et F un sous-espace vectoriel de E . On pose $G = E \setminus F$. Soit $f \in L(E)$ tel que

$$\forall x \in G, f(x) = 2x$$

Montrer que $f = 2\text{id}$.

Solution : Soient $x \in F$ et $x' \in G$. Alors $x + x' \in G$ car sinon, $x + x' \in F$ et comme $x \in F$ et que F est un sous-espace vectoriel de E , $x' \in F$ ce qui n'est pas possible.

Par linéarité de f , $f(x + x') = f(x) + f(x')$ et donc $2(x + x') = f(x) + 2x'$. On en déduit que $f(x) = 2x$ et donc que $f|_F = 2\text{id}$. En conclusion, $f = 2\text{id}$.

Références