

# Pas de titre

Emmanuel Vieillard-Baron<sup>1</sup>, Alain Soyeur<sup>2</sup>, and François Capaces<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

<sup>2</sup>Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

<sup>3</sup>, ,

7 avril 2024

## **Exercice 0.1** ★★ **Pas de titre**

Soit un  $\mathbb{K}$  espace vectoriel  $E$  et deux endomorphismes  $(u, v) \in L(E)$  qui commutent :

$$u \circ v = v \circ u$$

1. Montrer que  $\text{Im } u$  et  $\text{Ker } u$  sont stables par  $v$ , c'est-à-dire

$$v(\text{Ker } u) \subset \text{Ker } u \text{ et } v(\text{Im } u) \subset \text{Im } u.$$

2. Si l'on suppose de plus que  $E = \text{Ker } u \oplus \text{Ker } v$ , montrer que

$$\text{Im } u \subset \text{Ker } v \text{ et } \text{Im } v \subset \text{Ker } u$$

## Références