

Pas de titre

Alain Soyeur¹, Emmanuel Vieillard-Baron², and François Capaces³

¹Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

²Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

³, ,

22 septembre 2021

Exercice 0.1 ★★ Pas de titre

On considère trois K -espaces vectoriels E, F, G et deux applications $E \xrightarrow{u} F \xrightarrow{v} G$ telles que :

1. l'application u est linéaire et surjective ;
2. l'application $v \circ u$ est linéaire de E vers G .

Montrer que l'application v est linéaire.

Solution : Montrons que v est linéaire. Soit $(y_1, y_2) \in F^2$ et $(\lambda, \mu) \in K^2$. Puisque u est surjective, il existe $(x_1, x_2) \in E^2$ tels que $y_1 = u(x_1)$ et $y_2 = u(x_2)$. Alors $v(\lambda y_1 + \mu y_2) = v(\lambda u(x_1) + \mu u(x_2)) = v(u(\lambda x_1 + \mu x_2))$ (car u est linéaire) $= \lambda v \circ u(x_1) + \mu v \circ u(x_2)$ (car $v \circ u$ est linéaire) $= \lambda v(y_1) + \mu v(y_2)$.

Références