Pas de titre

Emmanuel Vieillard-Baron[1], Alain Soyeur[2], and François Capaces[3]

[1]Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg
[2]Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse
[3], ,

24 janvier 2022

Exercice 0.1 ★ **Pas de titre**

Calculer une équation cartésienne puis une équation paramétrique de la droite $\mathcal{D}$:

1. *passant par $A(2,1)$ et de vecteur normal $\overrightarrow{n}=(1,-1)$.*
2. *passant par $A(-1,0)$ et de vecteur directeur $\overrightarrow{u}=(1,-2)$.*
3. *passant par $A(1,2)$ et $B(-2,3)$.*
4. *passant par l'origine et parallèle à la droite $\mathcal{D}' \ : x+y-1=0$.*
5. *passant par $A(1,1)$ et perpendiculaire à la droite $\mathcal{D}' \ : \begin{cases} x &= 1+2t \\ y &= -1+t \end{cases} ; t\in\mathbb{R}$.*

Solution :

1. *Comme $\mathcal{D}$ admet $\overrightarrow{n}$ comme vecteur normal, une équation cartésienne de $\mathcal{D}$ est de la forme $x-y+c=0$ avec $c\in\mathbb{R}$. Comme $A\in\mathcal{D}$, on a $c=-1$ et $\mathcal{D} \ : x-y-1=0$. Un vecteur directeur à $\mathcal{D}$ est celui de coordonnées $(1,1)$ donc une équation paramétrique de $\mathcal{D}$ est $\mathcal{D} \ : \begin{cases} x &= 2+t \\ y &= 1+t \end{cases} ; t\in\mathbb{R}$.*
2. *Comme $\mathcal{D}$ est dirigée par $\overrightarrow{u}$ elle admet comme vecteur normal celui de coordonnées $(-2,-1)$ ou encore $\overrightarrow{n}=(2,1)$. Une équation de $\mathcal{D}$ est donc de la forme $2x+y+c=0$ où $c\in\mathbb{R}$. Comme $A\in\mathcal{D}$, il vient que $c=2$ donc $\mathcal{D} \ : 2x+y+2=0$. Une équation paramétrique de $\mathcal{D}$ est $\mathcal{D} \ : \begin{cases} x &= -1+t \\ y &= -2t \end{cases} ; t\in\mathbb{R}$.*
3. *Comme A et B sont des points de $\mathcal{D}$, le vecteur $\overrightarrow{AB}=(-3,1)$ dirige $\mathcal{D}$ et le vecteur $\overrightarrow{n}=(1,3)$ dirige $\mathcal{D}$. Une équation cartésienne de $\mathcal{D}$ est alors de la forme $x+3y+c=0$ avec $c\in\mathbb{R}$. Comme $A\in\mathcal{D}$, on trouve que $c=-7$ et finalement $\mathcal{D} \ : x+3y-7=0$. On trouve par ailleurs qu'une équation paramétrique de $\mathcal{D}$ est $\mathcal{D} \ : \begin{cases} x &= 1-3t \\ y &= 2+t \end{cases} ; t\in\mathbb{R}$.*

4. *Comme* $\mathcal{D}$ *et* $\mathcal{D}'$ *sont parallèles, le vecteur* $\overrightarrow{n} = (1,1)$ *normal à* $\mathcal{D}'$ *est aussi normal à* $\mathcal{D}$ *et donc une équation cartésienne de* $\mathcal{D}$ *est de la forme* $x + y + c = 0$ *avec* $c \in \mathbb{R}$*. Comme* $O \in \mathcal{D}$*,* $c = 0$ *et* $\mathcal{D}\ : x + y = 0$*. Un vecteur directeur à* $\mathcal{D}$ *est* $\overrightarrow{u} = (-1,1)$ *et une équation paramétrique de* $\mathcal{D}$ *est* $\mathcal{D}\ : \begin{cases} x & = -t \\ y & = t \end{cases} ; t \in \mathbb{R}$.
5. *Un vecteur directeur de* $\mathcal{D}'$ *est* $\overrightarrow{n} = (2,1)$ *qui est normal à* $\mathcal{D}$ *car les deux droites sont perpendiculaires. Une équation de* $\mathcal{D}$ *est donc de la forme* $2x + y + c = 0$ *avec* $c \in \mathbb{R}$*. Comme* $A \in \mathcal{D}$ *alors* $c = -3$ *et* $\mathcal{D}\ : 2x + y - 3 = 0$*. Un vecteur directeur de* $\mathcal{D}$ *est* $\overrightarrow{u} = (-1,2)$ *donc une équation paramétrique de* $\mathcal{D}$ *est* $\mathcal{D}\ : \begin{cases} x & = 1 - t \\ y & = 1 + 2t \end{cases} ; t \in \mathbb{R}$.

Références