Pas de titre

Alain Soyeur[1], Emmanuel Vieillard-Baron[2], and François Capaces[3]

[1]Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse
[2]Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg
[3], ,

22 septembre 2021

Exercice 0.1 ★ ***Pas de titre***

Vérifier si les espaces suivants sont supplémentaires dans $E = \mathbb{R}_2[X]$

$$F = \{P \in \mathbb{R}_2[X] \mid P' = 0\} \quad \text{et} \quad G = \{P \in E \mid P(0) = 0\}$$

Solution : *Comme $F = Vect(1)$ et $G = Vect(X, X^2)$, ces deux ensembles sont des sous-espace vectoriels de E. Il est clair que $F \cap G = \{0\}$ car si $P \in F$ alors P est un polynôme constant qui ne peut être combinaison linéaire de X et X^2 que si les coefficients de cette combinaison linéaire sont nuls. Il est aussi clair que tout polynôme de E s'écrit comme la somme d'un polynôme constant et d'une combinaison linéaire de X et X^2. On a donc bien : $E = F \oplus G$.*

Références