

Pas de titre

Alain Soyeur¹, Emmanuel Vieillard-Baron², and François Capaces³

¹Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

²Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

³, ,

22 septembre 2021

Exercice 0.1 ★ Pas de titre

Vérifier si les espaces suivants sont supplémentaires dans $E = \mathbb{R}^3$

$$F = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x - y + z = 0 \quad \text{et} \quad 2x + y + z = 0\} \quad \text{et} \quad G = \{(3t, 2t, t \mid t \in \mathbb{R}\}$$

Solution : On vérifie facilement que F et G sont des sous-espace vectoriels de E . Pour déterminer

$$F \cap G \text{ il suffit de résoudre le système } \begin{cases} x - y + z = 0 \\ 2x + y + z = 0 \\ x = 3t \\ y = 2t \\ z = t \end{cases} \quad \text{ce qui amène } F \cap G = \{(0, 0, 0)\}. F \text{ et } G$$

sont donc en somme directe. F et G étant des droites vectorielles de l'espace, le plus petit sous-espace vectoriel de \mathbb{R}^3 les contenant est un plan vectoriel. F et G ne sont donc pas supplémentaires dans \mathbb{R}^3 .

Références