Pas de titre

Emmanuel Vieillard-Baron[1], Alain Soyeur[2], and François Capaces[3]

[1]Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg
[2]Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse
[3], ,

2 janvier 2022

Exercice 0.1 ★ ***Pas de titre***

Vérifier si les espaces suivants sont supplémentaires dans $E = \mathbb{R}^3$

$$F = \left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 2x - y + z = 0\right\} \quad \text{et} \quad G = \{(t, -t, t) \mid t \in \mathbb{R}\}$$

Solution : *On vérifie facilement que F et G sont des sous-espaces vectoriels de E. Pour déterminer $F \cap G$ il suffit de résoudre le système* $\begin{cases} 2x - y + z = 0 \\ x = t \\ y = -t \\ z = t \end{cases}$ *ce qui amène $F \cap G = \{(0, 0, 0)\}$. F et G sont donc en somme directe. Comme la droite vectorielle n'est pas incluse dans le plan vectoriel F, le plus petit sous-espace vectoriel de E contenant F et G est E et donc $F + G = E$. On a ainsi montré que $F \oplus G = E$.*

Références