

Pas de titre

Emmanuel Vieillard-Baron¹, Alain Soyeur², and François Capaces³

¹Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

²Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

³, ,

14 octobre 2022

Exercice 0.1 ★ Pas de titre

Vérifier si les espaces suivants sont supplémentaires dans $E = \mathbb{R}^3$

$$F = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 2x - y + z = 0\} \quad \text{et} \quad G = \{(t, -t, t) \mid t \in \mathbb{R}\}$$

Solution : On vérifie facilement que F et G sont des sous-espaces vectoriels de E . Pour déter-

miner $F \cap G$ il suffit de résoudre le système
$$\begin{cases} 2x - y + z = 0 \\ x = t \\ y = -t \\ z = t \end{cases} \quad \text{ce qui amène } F \cap G = \{(0, 0, 0)\}.$$

F et G sont donc en somme directe. Comme la droite vectorielle n'est pas incluse dans le plan vectoriel F , le plus petit sous-espace vectoriel de E contenant F et G est E et donc $F + G = E$. On a ainsi montré que $F \oplus G = E$.

Références