Pas de titre

Alain Soyeur[1], Emmanuel Vieillard-Baron[2], and François Capaces[3]

[1]Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse
[2]Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg
[3], ,

22 septembre 2021

Exercice 0.1 ★ ***Pas de titre***

On note $E = \{f \in \mathcal{F}(\mathbb{R},\mathbb{R}) \mid \exists (a,\varphi) \in \mathbb{R}^2 : \forall x \in \mathbb{R},\ f(x) = a\cos(x-\varphi)\}$. *Déterminer une partie* A *de* $\mathcal{F}(\mathbb{R},\mathbb{R})$ *telle que* $E = \mathrm{Vect}(A)$.

Solution : *Grâce à la trigonométrie, on a les équivalences :*

$$\begin{aligned} & f \in E \\ \iff & \exists (a,\varphi) \in \mathbb{R}^2 : \forall x \in \mathbb{R},\ f(x) = a\cos(x-\varphi) \\ \iff & \exists (a,\varphi) \in \mathbb{R}^2 : \forall x \in \mathbb{R},\ f(x) = a\cos\varphi\cos x + a\sin\varphi\sin x \\ \iff & \exists \alpha,\beta \in \mathbb{R} : \forall x \in \mathbb{R},\ f(x) = \alpha\cos x + \beta\sin x \end{aligned}$$

Donc $\boxed{E = \mathrm{Vect}(\cos,\sin)}$.

Références