

# Pas de titre

François Capaces<sup>1</sup>, Emmanuel Vieillard-Baron<sup>2</sup>, and Alain Soyeur<sup>3</sup>

<sup>1</sup>, ,

<sup>2</sup>Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

<sup>3</sup>Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

2 mai 2023

## Exercice 0.1 ★ Pas de titre

Soient  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  deux vecteurs du plan. Développer :

1.  $\|\vec{u} + \vec{v}\|^2 - \|\vec{u} - \vec{v}\|^2$ .
2.  $\det(\vec{u} + \vec{v}, \vec{u} - \vec{v})$

### Solution :

1. Comme le produit scalaire est une forme bilinéaire symétrique, on a, pour tous vecteurs  $\vec{a}$  et  $\vec{b}$  du plan :

$$\|\vec{a}\|^2 - \|\vec{b}\|^2 = \langle \vec{a} + \vec{b} | \vec{a} - \vec{b} \rangle \text{ donc}$$

$$\begin{aligned} \|\vec{u} + \vec{v}\|^2 - \|\vec{u} - \vec{v}\|^2 &= \langle 2\vec{u} | 2\vec{v} \rangle \\ &= 4 \langle \vec{u} | \vec{v} \rangle \end{aligned}$$

2. De même, comme le déterminant est une forme bilinéaire anti-symétrique alternée, il vient :

$$\det(\vec{u} + \vec{v}, \vec{u} - \vec{v}) = 2 \det(\vec{u}, \vec{v})$$

## Références