

Pas de titre

Alain Soyeur¹, Emmanuel Vieillard-Baron², and François Capaces³

¹Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

²Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

³, ,

22 septembre 2021

Exercice 0.1 ★ Pas de titre

Soit $f : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ une application croissante et $A \subset \mathbb{R}$ une partie non-vide majorée.

1. Montrez que $\sup f(A) \leq f(\sup A)$.
2. Trouvez un exemple où l'inégalité est stricte.

Solution : Il suffit de montrer que $f(\sup A)$ est un majorant de $f(A)$. Soit $y \in f(A)$. Il existe $x \in A$ tel que $y = f(x)$. Mais puisque $x \leq \sup A$ et que f est croissante,

$$f(x) \leq f(\sup A)$$

Par conséquent, $f(A)$ est majorée, admet donc une borne supérieure et $\sup f(A) \leq f(\sup A)$.

Références