# Pas de titre

Emmanuel Vieillard-Baron[1], Alain Soyeur[2], and François Capaces[3]

[1]Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg
[2]Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse
[3], ,

18 juin 2022

**Exercice 0.1** ★★ ***Pas de titre***

*Trouver $m \in \mathbb{C}$ pour que le polynôme*

$$P = X^3 + X^2 + mX + 6 \in \mathbb{C}[X]$$

*possède deux racines $x_1, x_2$ vérifiant*

$$x_1 + x_2 = x_1 x_2.$$

*Déterminer alors explicitement ces racines.*

***Solution :*** *Notons $x_1, x_2, x_3$ les racines de $P$. En écrivant les relations coefficients-racines, il vient que :*

$$x_1 + x_2 + x_3 = -1 \quad x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3 = m \quad x_1x_2x_3 = -6$$

*En supposant que $x_1 + x_2 = x_1x_2$, de la deuxième et la troisième relation, on tire*

$$(x_1 + x_2)x_3 = -6 \Rightarrow x_1x_2 = m + 6.$$

*Mais de la première, on tire aussi*

$$(-1 - x_3)x_3 = -6 \Rightarrow x_3^2 + x - 6 = 0$$

*et par conséquent, l'une des racines de $P$ doit être égale à 2 ou alors à $-3$. Etudions les deux cas :*

- *$x_3 = 2$ : comme $P(2) = 0$, $m = -9$ et alors $P = (X-2)(X^2 + 3X - 3)$. Alors comme $x_1, x_2$ sont les racines du trinôme $X^2 + 3X - 3$, $x_1x_2 = -3$ et $x_1 + x_2 = -3$ conviennent.*
- *$x_3 = -3$ : comme $P(-3) = 0$, $m = -4$ et alors $P = (X+3)(X^2 - 2X + 2)$ et dans ce cas, $x_1x_2 = 2$, $x_1 + x_2 = 2$ conviennent également.*

*En conclusion,* $\boxed{m = -9}$ *ou* $\boxed{m = -4}$.

## Références