

# Pas de titre

Emmanuel Vieillard-Baron<sup>1</sup>, Alain Soyeur<sup>2</sup>, and François Capaces<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

<sup>2</sup>Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

<sup>3</sup>, ,

29 janvier 2022

## Exercice 0.1 ★★★ Pas de titre

1. On considère le polynôme  $P = a_n X^n + \dots + a_0 \in \mathbb{Z}[X]$  un polynôme à **coefficients entiers** tel que  $a_n \neq 0$  et  $a_0 \neq 0$ . On suppose que  $P$  admet une racine rationnelle  $\frac{p}{q} \in \mathbb{Q}$  où  $p \wedge q = 1$ . Montrer que  $p \mid a_0$  et que  $q \mid a_n$ .
2. En déduire une factorisation de  $P = 2X^3 - X^2 - X - 3$  dans  $\mathbb{C}$ .
3. Vérifier si le polynôme  $P = X^5 + 3X^2 + 2$  est irréductible dans  $\mathbb{Q}[X]$  ?
4. Avec les notations de la première question, démontrer que  $p - q \mid P(1)$  puis, sans effort, que  $p + q \mid P(1)$ .
5. Factoriser dans  $\mathbb{R}$  le polynôme  $3X^4 - 19X^3 + 9X^2 - 19X + 6$ .

Voir aussi le paragraphe ?? page ?? de l'annexe ??.

## Références