

# Pas de titre

Alain Soyeur<sup>1</sup>, Emmanuel Vieillard-Baron<sup>2</sup>, and François Capaces<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

<sup>2</sup>Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

<sup>3</sup>, ,

22 septembre 2021

## Exercice 0.1 ★ Pas de titre

Soit

$$P_n = (X + 1)^{2n+1} - X^{2n+1} - 1 \in \mathbb{R}[X]$$

Montrer que  $(X^2 + X)$  divise  $P_n$ . Est-ce que  $(-1)$  est racine double de  $P$  ?

**Solution :** Comme  $X^2 + X = X(X + 1)$  et que  $P_n(-1) = P_n(0) = 0$ , le polynôme  $X^2 + X$  divise  $P$ . Par ailleurs,  $P'_n = (2n + 1)(X + 1)^{2n} - (2n + 1)X^{2n}$  et  $P'_n(-1) = -(2n + 1) \neq 0$  donc  $-1$  est une racine simple de  $P$ .

## Références