

Pas de titre

Alain Soyeur¹, Emmanuel Vieillard-Baron², and François Capaces³

¹Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

²Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

³, ,

22 septembre 2021

Exercice 0.1 ★★ **Pas de titre**

Soit $\varphi : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{K}[X]$ un morphisme de d'anneaux. Montrer que $\forall (a, b) \in \mathbb{Z}^2, \varphi(a) \wedge \varphi(b) = \varphi(a \wedge b)$.

Solution : Soit $d = a \wedge b$. On écrit $a = da'$, $b = db'$, avec $a' \wedge b' = 1$.

Soient $u, v \in \mathbb{Z}$ tels que $ua' + vb' = 1$. On a alors $\varphi(u)\varphi(a') + \varphi(v)\varphi(b') = \varphi(1) = 1$, et donc $\varphi(a')$ et $\varphi(b')$ sont premiers entre eux.

Comme $\varphi(a) = \varphi(d)\varphi(a')$ et $\varphi(b) = \varphi(d)\varphi(b')$, on a le résultat.

Références