

Pas de titre

Emmanuel Vieillard-Baron¹, Alain Soyeur², and François Capaces³

¹Enseignant en CPGE, Lycée Kléber, Strasbourg

²Enseignant en CPGE, Lycée Pierre de Fermat, Toulouse

³, ,

2 janvier 2022

Exercice 0.1 ★★★ Pas de titre

Soit n et m deux entiers naturels.

1. Démontrer que si $d \mid n$ alors $X^d - 1 \mid X^n - 1$.
2. On pose $n = mq + r$ à la faveur d'une division euclidienne.
Démontrer que $X^n - 1 \wedge X^m - 1 = X^m - 1 \wedge X^r - 1$.
3. Démontrer que $X^n - 1 \wedge X^m - 1 = X^{n \wedge m} - 1$.
4. Soit a un entier naturel. Démontrer que $a^n - 1 \wedge a^m - 1 = a^{n \wedge m} - 1$.
5. Montrer que si a et b sont deux entiers premiers entre eux alors $\forall P \in \mathbb{K}[X], (P^a - 1).(P^b - 1)$ divise $(P - 1).(P^{ab} - 1)$.

Références