

# Table des matières

<b>I. Petite panoplie d'espaces</b>	
1. Motivation . . . . .	1
2. Le plan projectif réel : aperçus historiques . . . . .	3
3. Le plan projectif réel : définitions, paramétrages . . . . .	12
4. Le ruban de Möbius . . . . .	20
5. Autres descriptions du plan projectif réel . . . . .	28
6. Espaces projectifs réels . . . . .	34
7. Espaces projectifs complexes . . . . .	39
8. Exercices . . . . .	44
<b>II. Notions catégoriques</b>	
1. Généralités . . . . .	72
2. Diagrammes commutatifs . . . . .	75
3. Sous-catégories . . . . .	77
4. Foncteurs . . . . .	78
5. Transformations naturelles . . . . .	81
6. Foncteurs représentables . . . . .	82
7. Exercices . . . . .	108
<b>III. Ingrédients topologiques</b>	
1. Produit de quotients . . . . .	117
2. Bonnes paires . . . . .	119
3. Un cas de séparation . . . . .	122
4. Un quotient omniprésent . . . . .	128
5. Une créature algébrique topologisée . . . . .	130
6. Exercices . . . . .	135
<b>IV. Ingrédients algébriques</b>	
1. Modules . . . . .	147
2. Produit tensoriel . . . . .	153
3. Exercices . . . . .	160

<b>V. Groupe fondamental</b>	
1. Préliminaires . . . . .	163
2. Du groupoïde au groupe . . . . .	169
3. Espaces associés au cercle (I) . . . . .	174
4. Théorème de van Kampen ( <i>première étape</i> ) . . . . .	178
5. Plan et sphère multiples percés . . . . .	183
6. Espaces associés au cercle (II) . . . . .	186
7. Tore et espaces associés . . . . .	192
8. « <i>Cube à homotopies</i> » . . . . .	195
9. « Envoi d'un point à l'infini » dans $\mathbb{R}^3$ . . . . .	198
10. L'entrelacs borroméen . . . . .	200
11. Exercices . . . . .	209
<b>VI. Revêtements</b>	
1. Généralités . . . . .	233
2. Premiers exemples . . . . .	238
3. Relèvements . . . . .	252
4. Revêtements universels . . . . .	264
5. Œuvres de discrétisation . . . . .	270
6. Classification . . . . .	281
6.2. . . . .	281
7. Reprise des exemples . . . . .	292
8. Théorème de van Kampen ( <i>l'achèvement</i> ) . . . . .	303
9. Exercices . . . . .	309
<b>VII. Algèbre homologique</b>	
1. Suites exactes . . . . .	327
2. Lemmes à usages multiples . . . . .	336
3. Complexes . . . . .	346
4. Homotopie (algébrique) . . . . .	357
5. Tensorisation de suites exactes . . . . .	358
6. Exercices . . . . .	361
<b>VIII. Homologie I : constructions</b>	
1. Des simplexes aux groupes d'homologie . . . . .	370
2. Augmentation et homologie réduite . . . . .	376
3. Morphismes . . . . .	379
4. Homologie relative . . . . .	381
5. Invariance par homotopie . . . . .	386
6. Groupe fondamental et homologie . . . . .	392
7. Homologie à coefficients . . . . .	404
8. Exercices . . . . .	407

§Table des matières	xi
<b>IX. Deux théorèmes-outils</b>	
1. Petites chaînes . . . . .	421
2. Théorème de Mayer-Vietoris . . . . .	435
3. Excision . . . . .	439
<b>X. Homologie II : calculs</b>	
1. Cercle . . . . .	441
2. Bouquets de cercles . . . . .	445
3. Sphères . . . . .	447
4. Bouquets de sphères . . . . .	452
5. Tore . . . . .	453
6. Tores généralisés . . . . .	458
7. Bouteille de Klein . . . . .	464
8. Plan projectif réel . . . . .	468
9. Espaces projectifs ? . . . . .	469
10. Exercices . . . . .	470
<b>XI. Autour des CW-complexes</b>	
1. Définition . . . . .	487
2. Exemples . . . . .	492
3. Paires de squelettes successifs . . . . .	499
4. Homologie cellulaire . . . . .	504
5. Homologie des espaces projectifs réels . . . . .	511
6. Homologie des espaces projectifs complexes . . . . .	520
<b>XII. Homologie III : applications</b>	
1. Non rétraction des boules sur leur bord . . . . .	521
2. Boules et sphères incluses dans des sphères . . . . .	523
3. Invariances . . . . .	530
4. Le corps $\mathbb{C}$ est algébriquement clos . . . . .	534
5. Théorème de Borsuk-Ulam . . . . .	537
6. Exercices . . . . .	545
<b>Bibliographie</b>	<b>561</b>
<b>Index</b>	<b>563</b>